



Elaborazione di segnali

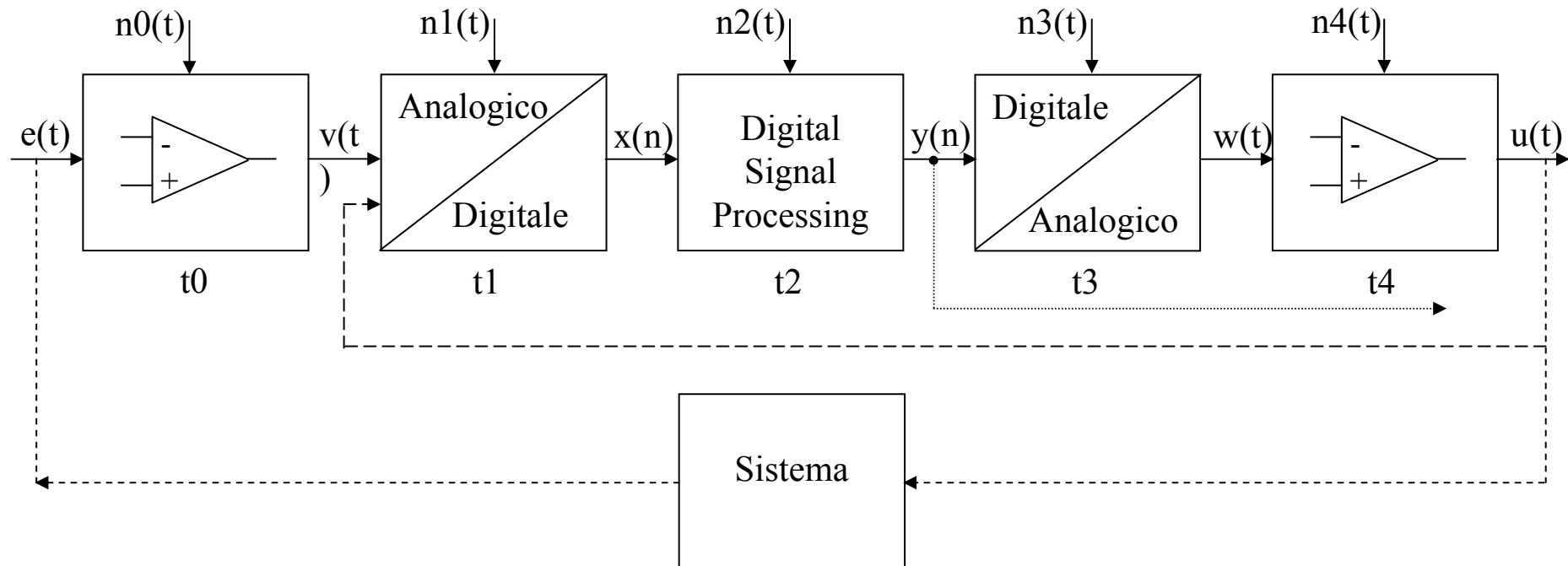
Elaborazione di segnali

- Flusso dei segnali

- Applicazioni

- Controllo e regolazione di sistemi (genero $u(t)$ per ottenere un desiderato $e(t)$)
- Misura o stima o trasferimento di informazione ($e(t)$)
- Generazione di stimoli ($u(t)$)

- Ogni blocco introduce rumore ($n_i(t)=\text{rumore}$) e impiega un tempo t_i



Elaborazione di segnali

- **Elaborazione analogica**

- **Stadio di condizionamento tipico:**

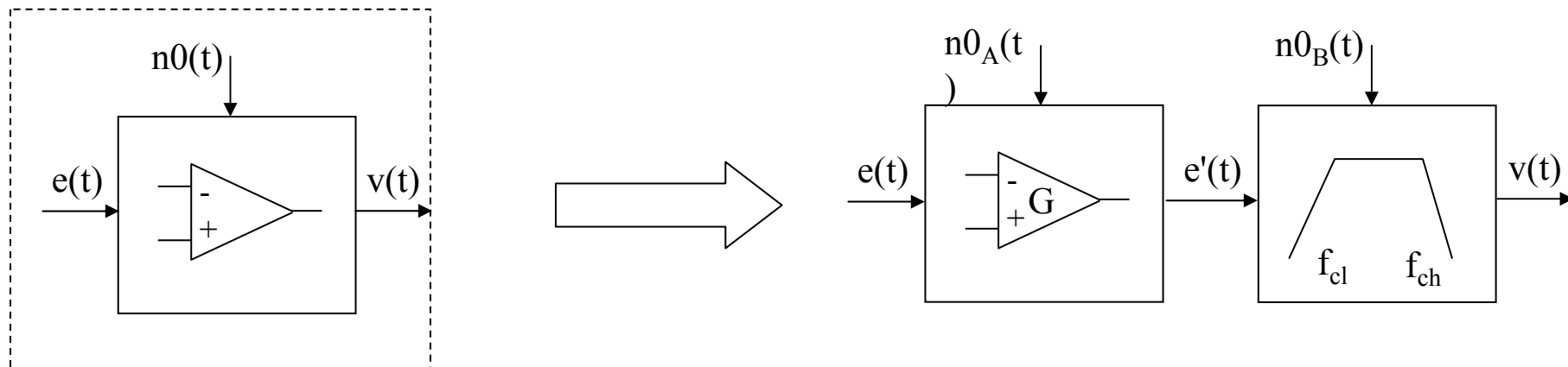
- eventuale stadio a guadagno G $e'(t) = G_1 \cdot e(t) + G_0$
- filtro passa-basso (o passa-banda) con frequenza di taglio $f_{ch} < f_s/2$ e ordine m

- **Possibili problemi:**

- Il filtro, di ordine limitato, non attenua sufficientemente oltre $f_s/2$
- G non è costante in tutta la banda di interesse (OA, filtro)
- $v(t)$ risulta in ritardo rispetto a $e(t)$

- **Possibili soluzioni:**

- Sovracampionamento rispetto alla banda utile del segnale
- $e(t) = \{f_1, f_2\} \longrightarrow f_s \gg f_2, f_{ch} \gg f_2$ (tip. $f_{ch} \sim 10f_2, f_s \sim 100f_2$) \longrightarrow maggiori costi



Elaborazione di segnali

- Convertitore analogico/digitale

- Lo stadio di conversione è caratterizzato da 3 parametri:

- Frequenza di campionamento f_s (Tempo di conversione $T_s = 1/f_s$)
- Numero B di bit del convertitore
- Stabilità delle tensioni di riferimento V_{refh} , V_{refl}
- Legge di conversione $x = 2^B(v - V_{refl}) / (V_{refh} - V_{refl})$

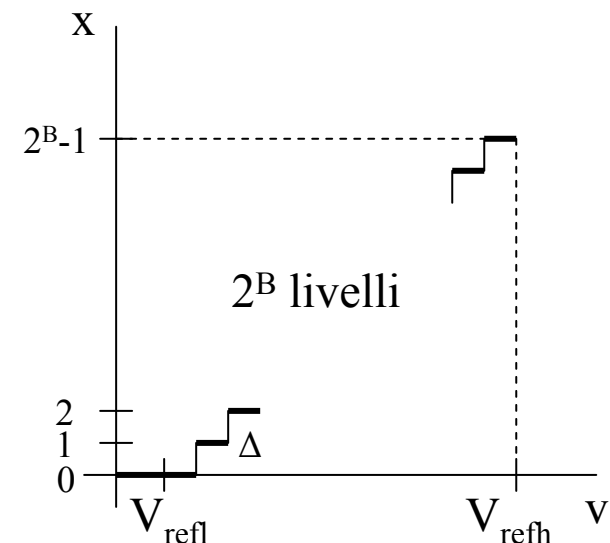
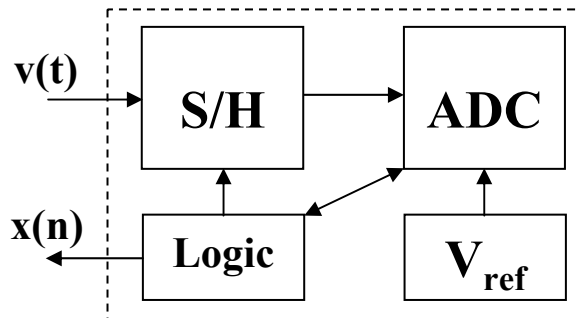
- $\{x \pm \Delta x, t \pm \Delta t\}$ Rappresentazione implicita del tempo ($t_n - t_{n-1} = T_s = 1/f_s$)

- $x(n) = v(n \cdot T_s)$

- Il rumore associato all'ADC dipende da:

- tempo di apertura, linearità, V_{ref} ,...
- Rumore di quantizzazione associato a B

Nota: S/H può non essere utile (es. approx. succ.)



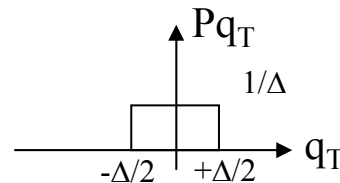
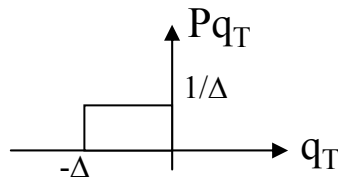
Elaborazione di segnali

- Convertitore analogico/digitale, rumore di quantizzazione
- Errore di quantizzazione q_T ($q_T < \Delta = 2^{-B}(V_{\text{refh}} - V_{\text{refl}}) = 2^{-B}\text{FS}$)

$$x = \sum_{i=0}^{B-1} b_i 2^i = \{0 \dots 2^B - 1\} =$$

$$\text{trunc} \left[(2^B - 1) \frac{v - V_{\text{refl}}}{V_{\text{refh}} - V_{\text{refl}}} \right] \approx \text{trunc} \left[\frac{v - V_{\text{refl}}}{\Delta} \right]$$

$$\text{round} \left[(2^B - 1) \frac{v - V_{\text{refl}}}{V_{\text{refh}} - V_{\text{refl}}} \right] \approx \text{round} \left[\frac{v - V_{\text{refl}}}{\Delta} \right]$$



- Valore atteso $E(q_T) = \int Pq_T x dx$
- Potenza $\sigma^2(q_T) = \int Pq_T (x - E(q_T))^2 dx = \Delta^2/12$
- $\text{SNR} = \sigma^2(v) / \sigma^2(q_T)$ $\text{SNR}[\text{dB}] = 10 \log(\sigma^2(v) / \sigma^2(q_T))$

Elaborazione di segnali

- Convertitore analogico/digitale, rumore di quantizzazione

- Segnale sinusoidale

$$v = A \sin(\omega t)$$

- Potenza del segnale

$$\sigma^2(v) = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} (A \sin(\omega t))^2 d(\omega t) = A^2/2$$

- Il valore di A deve essere massimo possibile ma compreso nel range d'ingresso

- $A \leq (V_{refh} - V_{refl})/2$

ma $\Delta = 2^{-B}(V_{refh} - V_{refl})$ per cui $A = 2^{B-1}\Delta$

- Potenza del rumore

$$\sigma^2(q_T) = \int P q_T (x - E(q_T))^2 dx = \Delta^2/12$$

- $SNR = (2^{2B-2}\Delta^2/2)/(\Delta^2/12) = 3 \cdot 2^2 \cdot 2^{2B-3} = (3/2)2^{2B}$

- $SNR[dB] = 20B \cdot \log 2 + 10 \log(3/2) = 6B + 1.76$

- $SNR = (3/2)2^{2B}$

$$SNR[dB] = 20B \log 2 + 10 \log(3/2) = 6B + 1.76$$

Nel dominio delle frequenze si avrebbe (FFT a M punti)

$$SNR = \frac{A_{rms}}{\eta} \quad A_{rms} = \frac{1}{M} \sqrt{X_{avg}[n_i]^2 + X_{avg}[M - n_i]^2} \quad \eta = \frac{1}{\sqrt{M(M - N_d - 1)}} \left[\sum_{m=1}^{M-1} X_{avnfh}[m]^2 \right]^{1/2}$$

NOTA: dal rumore viene spesso cancellata la componente continua e le armoniche, N_d è il numero delle componenti cancellate +2 (le fondamentali)

Elaborazione di segnali

- **Convertitore analogico/digitale, ENOB**

- **Effective Number of Bits**

- Misuro SNR totale, conosco $\sigma^2(v)$, calcolo $\sigma^2(q_T)$ e stimo ENOB
- Se sinusoidale, in base a $SNR=6B+1.76$, stimo ENOB (Numero di Bit effettivi)

- **Filtro anti-aliasing**

- Per evitare che le repliche spettrali alle frequenze superiori a $f_s/2$ possano riflettersi in banda a causa dell'aliasing, si mette un filtro passa-basso a $f_{ch} < f_s/2$
- E' possibile valutare l'effetto del rumore residuo SNRa

$$SNRa = (\text{dB/decadefiltro}) \cdot \log \frac{f_s - f_{ch}}{f_{ch}}$$

- Si dimensiona il filtro a $f_{ch} < f_s/2$ in modo da limitare il rumore di aliasing nello stesso ordine di grandezza del rumore di quantizzazione

- **Esempio: qual'è ENOB per un ADC a 14 bit con $f_s=40\text{kHz}$ che converte un segnale filtrato a 10kHz con 100dB/decade ?**

- l'attenuazione tra $f_{ch}=10\text{kHz}$ e $f_s-f_{ch}=30\text{kHz}$ è $100\text{dB} \cdot \log 3 = 47.71\text{dB} = SNRa$

- $SNRq = 6 \cdot 14 + 1.76 = 85.76\text{dB}$

-
$$SNRt = -20 \log \left(10^{\frac{-85.76}{20}} + 10^{\frac{-47.71}{20}} \right) = 47.58 \quad ENOB = (47.58 - 1.76) / 6 = 7.6!$$

Elaborazione di segnali

- Convertitori analogico/digitale

- Tipi di convertitori A/D tradizionali

- Applicazioni ad elevata velocità ($f_b > \text{MHz}$) \rightarrow convertitori flash

- banco di 2^B-1 comparatori a soglie differenti ($T_s = T_{\text{comp}} + T_{\text{logic}}$)

- Applicazioni a bassa velocità ($f_b \ll \text{MHz}$) \rightarrow convertitori con

D/A in reazione

- approssimazioni successive MSB- \rightarrow LSB (1 compar., $T_s = N(T_{\text{comp}} + T_{\text{logic}} + T_{\text{assD/A}})$)

- Tipi di convertitori A/D “modificati”

- ad approssimazioni successive parallele (a residui A_i)

- più veloce di quello ad approx. perchè D/A a 1 bit

- con un S/H dopo il $G=2$ può operare in pipeline

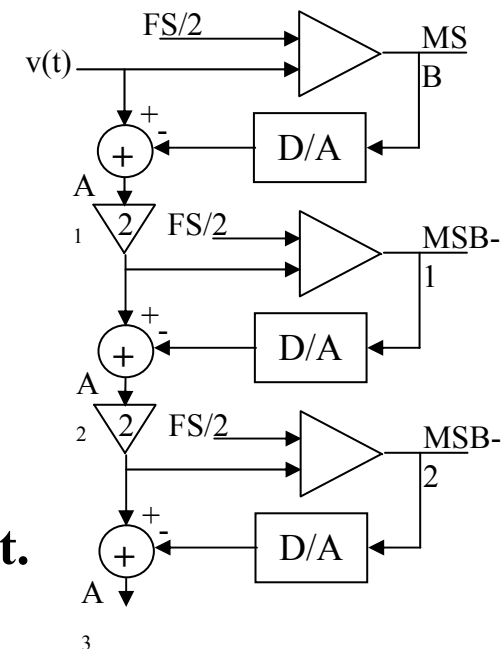
- Tipi di convertitori A/D per usi speciali

- convertitori A/D non lineari (es. voce, legge A e μ)

- A/D lavora spesso nel campo a minor precisione

- Conv. lineare: $D = v + \varepsilon_q$ Conv. logaritmica: $D = \log v + \varepsilon_q$

- Imponendo $\varepsilon_q = \log k_q$ si ha $D = \log(k_q v)$ $\varepsilon_{q\text{rel}} = \text{cost.}$



Elaborazione di segnali

- **Convertitori analogico/digitale**
- **Conversione logaritmica per trasmissione del segnale telefonico (problema per $x = 0 \rightarrow y = \ln x = \ln 0 = -\infty$)**

- **Legge μ (Stati Uniti): traslazione tipo $y = \ln(1+kx)$**

$$y = \frac{\ln(1 + \mu x/FS)}{\ln(1 + \mu)} \quad \mu=255 \text{ (si approssima la legge continua con 8 segmenti lineari)}$$

- **Legge A (Europa): raccordo con tratto lineare $y = \ln x$ per $x > 1/A$ e $y = kx$ per $x < 1/A$**

$$y = \begin{cases} \frac{A(x/FS)}{1 + \ln A} & \text{per } x/FS < 1/A \\ 1 + \frac{\ln(x/FS)}{1 + \ln A} & \text{per } x/FS > 1/A \end{cases} \quad A=87.6 \text{ (approssimaz. a 7 segmenti)}$$

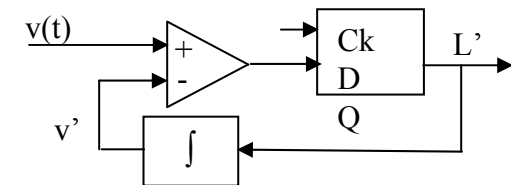
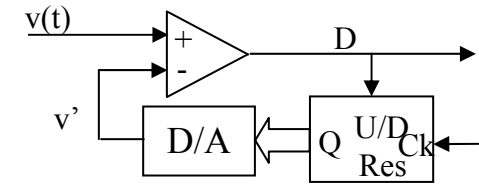
- **Per entrambe le leggi $SNR_q \sim 30\text{dB} \sim$ costante su quasi tutto il range**
 - Le pendenze dei segmenti sono scalate secondo potenze di 2
 - La codifica del valore è a 8 bit (segno –7-, segmento –6..4-, livello –3..0)

Elaborazione di segnali

• Convertitore A/D Sigma/Delta

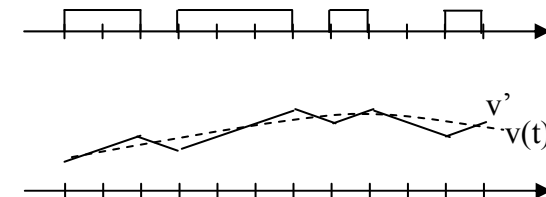
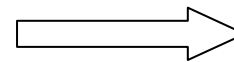
• Invece di convertire il valore assoluto di $v(t)$ converte le differenze nel tempo

- L'uscita D è una sequenza di bit
- Esempio di convertitore a inseguimento (Q =risultato ADC)
- A inseguimento finito (DC) ho una sequenza 010101...+-+-+
- Integrando tale sequenza ottengo 0 (variazione nulla)
- Aumentando C_k aumento la risoluzione
- La frequenza di lavoro (C_k) è \gg della dinamica di $v(t)$



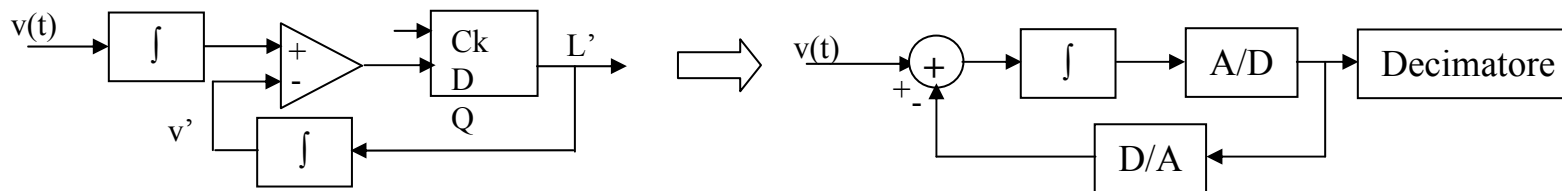
• Convertitore delta a integratore:

- Caratteristiche simili allo schema sopra
- Maggiore semplicità implementativa



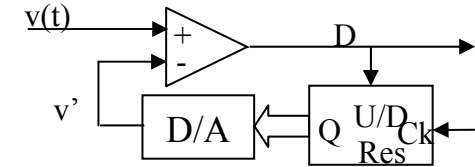
• Convertitore Sigma-delta (prima intero e poi Δ)

- Decimazione mediante filtri numerici



Elaborazione di segnali

• Convertitore A/D Sigma/Delta



• Il convertitore differenziale a inseguimento, per assestare il valore di Q ($v(t)$ a bassa dinamica) deve attendere 2^N colpi di clock (N =dim. contatore)

- Uscita Q a N bit dopo 2^N colpi di clock
- Decimazione: rapporto di riduzione = $2^N/N$
- In realtà i decimatori sono filtri

• Il sovracampionamento migliora SNR_a (filtro anti-alias meno critico) e SNR_q (sparpaglio meglio la densità spettrale del rumore di quantizzazione $q_T = \Delta^2/12f_s$)

- Ipotesi: rumore quantizzazione additivo bianco (uniformemente distribuito in f)
- Non vale per $v(t) = \text{costante}$ (rumore di quantizzazione “coloratissimo”)

• Noise shaping (ulteriore riduzione della densità spettrale di q_T in banda)

- Convertitore Sigma-Delta nel dominio delle frequenze

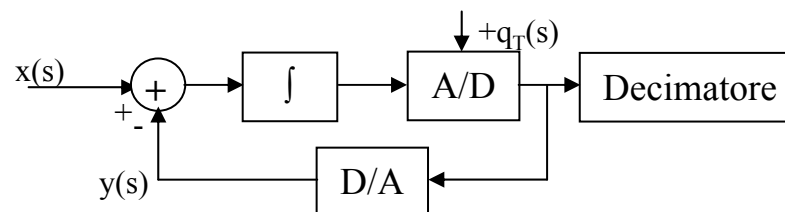
$$Y(s) = \frac{X(s) - Y(s)}{s}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s+1}$$

$$Y(s) = \frac{-Y(s)}{s} + N(s)$$

$$\frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{s}{s+1}$$

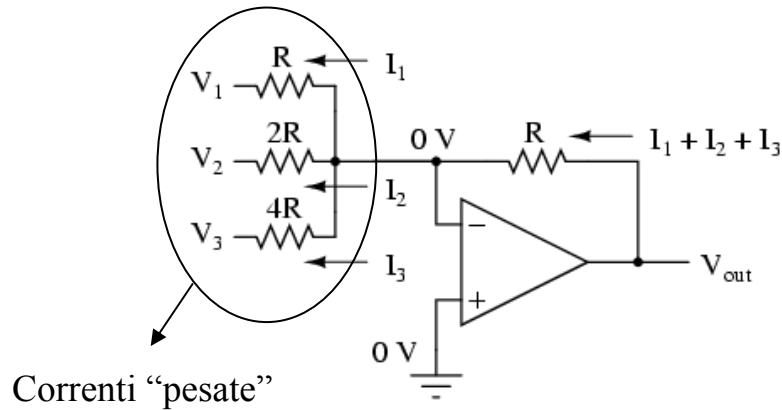
Segnale



Rumore

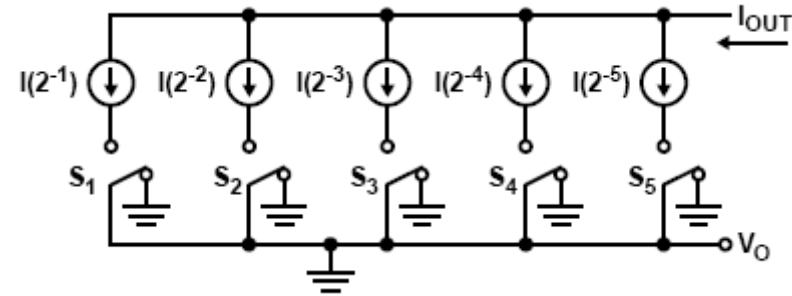
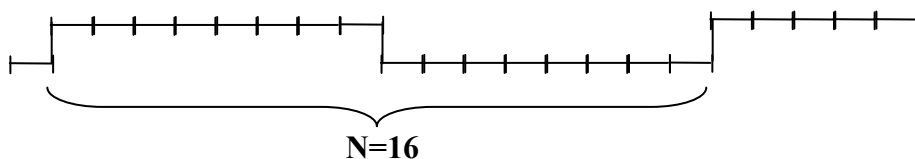
Elaborazione di segnali

- Convertitori D/A
- Architettura a correnti pesate
 - Come realizzo le correnti?



$$V_{out} = -\left(V_1 + \frac{V_2}{2} + \frac{V_3}{4}\right)$$

- La soluzione a rete R/2R
- La soluzione PWM



$$I_{OUT} = I_{DAC} \left\{ S_1(2^{-1}) + S_2(2^{-2}) + S_3(2^{-3}) + \dots S_n(2^{-n}) \right\}$$

corrente di riferimento
(Max I_{OUT})

Stato dello switch (parola binaria)

- Architettura a resistenze pesate
 - Come realizzo le resistenze?

